บทที่ 2
กฎของแรงดันและกระแส

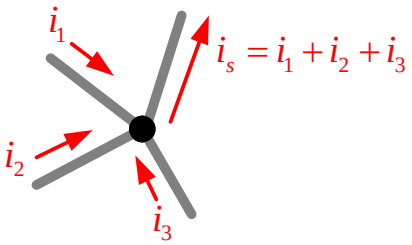
2.1 บทนำ

ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าเบื้องต้น เราจำเป็นต้องเรียนรู้และเข้าใจในกฎของกระแสและแรงดันไฟฟ้าที่ไหลในวงจร ผลลัพธ์ทางไฟฟ้าอันเป็นผลมาจากการต่อกันขององค์ประกอบชนิดต่างๆ ในวงจร เนื้อหาในบทนี้จะอธิบายเกี่ยวกับกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ซึ่งมีการนำเสนอในปี ค.ศ. 1847 โดย Gustav Robert Kirchhoff นักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน (ค.ศ. 1824-1887) นอกจากนี้เราจะอธิบายผลลัพธ์ทางไฟฟ้าเกี่ยวกับการต่อกันขององค์ประกอบโดยใช้กฎของเคิร์ชฮอฟฟ์ อันจะเป็นแนวทางให้ผู้อ่านได้เรียนรู้เข้าใจ และสามารถวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าอย่างง่ายได้

2.2 กฎกระแสของเคิร์ชฮอฟฟ์

กฎกระแสของเคิร์ชฮอฟฟ์ (Kirchhoff's Current Law หรือ KCL) กล่าวไว้ว่า ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสที่ไหลเข้าโนดใดๆ มีค่าเป็นศูนย์ตลอดเวลา

พิจารณารูปที่ 2.2-1 มีกระแสไหลเข้าโนด คือ i_1 i_2 และ i_3 สำหรับกระแสที่ไหลออกจากโนด คือ i_s โดยการใช้กฎกระแสของเคิร์ชฮอฟฟ์ เราจะได้ว่า $i_s - i_1 - i_2 - i_3 = 0$

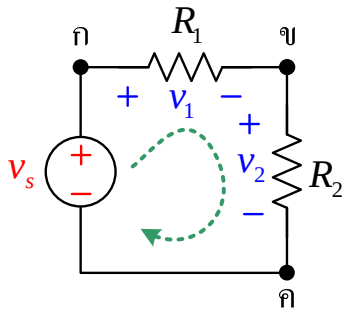


รูปที่ 2.2-1 การไหลของกระแสที่โนด

2.3 กฎแรงดันของเคิร์ชฮอฟฟ์

กฎแรงดันของเคิร์ชฮอฟฟ์ (Kirchhoff's Voltage Law หรือ KVL) กล่าวไว้ว่า ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันตกคร่อมที่ประกอบเป็นเส้นทางปิดใดๆ ในวงจร มีค่าเป็นศูนย์ตลอดเวลา

พิจารณารูปที่ 2.3-1 มีแรงดันรอบเส้นทางปิด คือ v_s v_1 และ v_2 สังเกตว่า ทิศการวนเส้นทางปิดจะผ่านแหล่งจ่ายแรงดัน v_s จากขั้ว – ไปยังขั้ว + แต่ผ่านตัวต้านทานจากขั้ว + ไปยังขั้ว - โดยการใช้กฎแรงดันของเคิร์ชฮอฟฟ์ เราจะได้ว่า $v_s - v_1 - v_2 = 0$



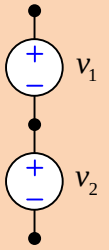
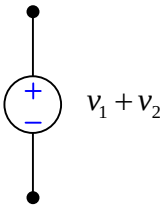
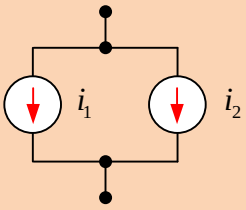
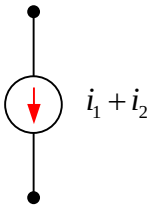
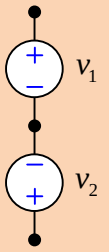
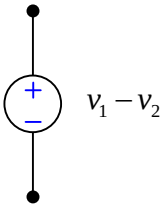
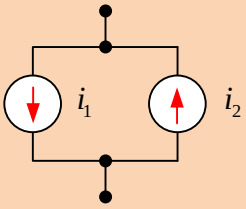
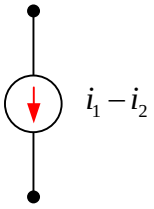
$$v_s = v_1 + v_2$$

รูปที่ 2.3-1 แรงดันรอบเส้นทางปิด

2.4 แหล่งจ่ายแบบอิสระที่ต่อร่วมกันแบบอนุกรมและแบบขนาน

ในวงจรที่มีแหล่งจ่ายแบบอิสระต่อกันแบบอนุกรมหรือขนานนั้น เราอาจแทนวงจรเหล่านั้นได้โดยใช้วงจรสมมูล ดังตารางที่ 2.4-1 อย่างไรก็ตาม เราไม่ควรนำแหล่งจ่ายกระแสมาต่ออนุกรมกัน เพราะกระแสซึ่งไหลผ่านองค์ประกอบที่อนุกรมกันต้องเท่ากัน ในทำนองเดียวกันเราไม่ควรนำแหล่งจ่ายแรงดันมาต่อขนานกัน เพราะแรงดันตกคร่อมองค์ประกอบที่ขนานกันต้องเท่ากัน มิเช่นนั้นจะละเมิดกฎของเคิร์ชฮอฟฟ์

ตารางที่ 2.4-1 การต่อกันของแหล่งจ่าย

วงจร	วงจรสมมูล	วงจร	วงจรสมมูล
			
			

2.5 ตัวต้านทานที่ต่อร่วมกัน

การต่อแบบอนุกรม

จากรูปที่ 2.5-1 แสดงวงจรที่มีแหล่งจ่ายแรงดันต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน 3 ตัว โดยการใช้ KCL และ KVL จะได้ว่า

KCL ที่โนด ก จะได้

$$i_s = i_1 \qquad (2.5\text{-}1)$$

KCL ที่โนด ข จะได้

$$i_1 = i_2 \qquad (2.5\text{-}2)$$

KCL ที่โนด ค จะได้

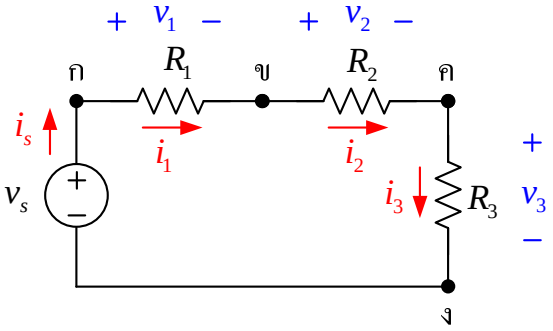
$$i_2 = i_3 \qquad (2.5\text{-}3)$$

จากสมการที่ (2.5-1) ถึง (2.5-3) จึงได้ว่า $i_s = i_1 = i_2 = i_3$ นั่นเอง

KVL ที่รอบวงปิด ก-ข-ค-ง-ก จะได้

$$v_s = v_1 + v_2 + v_3 \qquad (2.5\text{-}4)$$

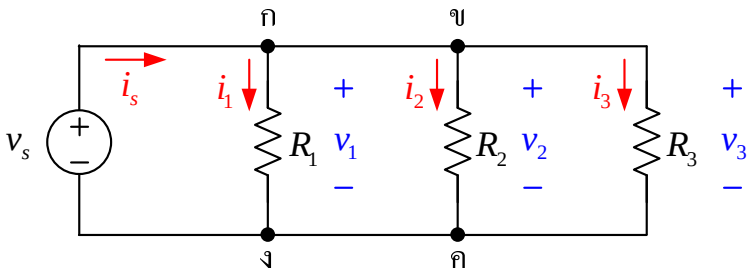
ดังนั้น สำหรับวงจรที่มีลักษณะต่อแบบอนุกรมนั้น สรุปได้ว่า กระแสที่ไหลในแต่ละกิ่งจะเท่ากัน



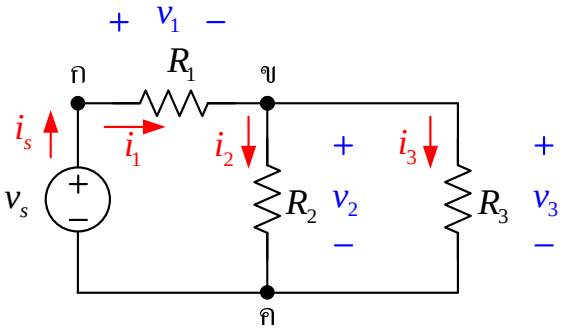
รูปที่ 2.5-1 วงจรที่ต่อแบบอนุกรม

การต่อแบบขนาน

จากรูปที่ 2.5-2 แสดงวงจรที่มีแหล่งจ่ายแรงดันต่อขนานกันกับตัวต้านทาน 3 ตัว สังเกตว่าโนด ก และ ข เป็นโนดที่มีศักย์ไฟฟ้าเท่ากัน โนด ค และ ง เป็นโนดที่มีศักย์ไฟฟ้าเท่ากัน โดยการใช้ KCL และ KVL จะได้ว่า



รูปที่ 2.5-2 วงจรที่ต่อแบบขนาน



รูปที่ 2.5-3 วงจรที่ต่อแบบผสม

จากรูปที่ 2.5-2 ใช้ KCL ที่โนด ก จะได้

$$i_s = i_1 + i_2 + i_3 \tag{2.5-5}$$

ใช้ KVL รอบวงปิดทั้งหมด จะสรุปได้ว่า

$$v_s = v_1 = v_2 = v_3 \tag{2.5-6}$$

ดังนั้น วงจรที่มีลักษณะต่อแบบขนานนั้น สรุปได้ว่า แรงดันในแต่ละกิ่งที่ต่อขนานกันจะเท่ากัน

การต่อแบบผสม

จากรูปที่ 2.5-3 แสดงวงจรที่มีแหล่งจ่ายแรงดันต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน R_1 และกลุ่มตัวต้านทาน (R_2 ขนานกับ R_3) สังเกตว่าวงจรนี้มีการต่อกันทั้งแบบอนุกรมและขนาน จึงเรียกว่า วงจรที่ต่อแบบผสม การวิเคราะห์วงจรผสมนี้เราอาจแยกพิจารณาการต่อเป็นส่วนๆ แล้วใช้ผลจากการต่อแบบอนุกรมและขนานช่วยวิเคราะห์ก็ได้

ในการพิจารณาว่าองค์ประกอบหรือกิ่งมีการต่อแบบอนุกรมกันหรือไม่นั้น โดยทั่วไปเราสามารถพิจารณาได้โดย ถ้ากิ่งมีโนดร่วมกันหนึ่งโนดและกระแสที่ไหลผ่านมีค่าเท่ากัน ก็แสดงว่ากิ่งสองกิ่งต่ออนุกรมกัน ส่วนการต่อแบบขนานนั้น โดยทั่วไปอาจกล่าวได้ว่า กิ่งสองกิ่งต่อขนานกันถ้ามีโนดร่วมกันสองโนดและแรงดันคร่อมกิ่งมีค่าเท่ากัน

2.6 การแบ่งแรงดัน

จากรูปที่ 2.6-1 แสดงวงจรที่มีแหล่งจ่ายแรงดันต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน 2 ตัว เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงดันของแหล่งจ่ายแรงดัน และแรงดันคร่อมตัวต้านทานได้

จากรูปที่ 2.6-1 ใช้ KVL จะได้

$$-v_s + v_1 + v_2 = 0 \tag{2.6-1}$$

สำหรับตัวต้านทาน R_i แทนค่า $v_i = i_i \cdot R_i$ จะได้

$$-v_s + i_1 R_1 + i_2 R_2 = 0 \tag{2.6-2}$$

เนื่องจาก $i_1 = i_2$ จะได้

$$-v_s + i_1 R_1 + i_1 R_2 = 0 \tag{2.6-3}$$

ดังนั้น

$$i_1 = \frac{v_s}{R_1 + R_2} \tag{2.6-4}$$

เนื่องจาก $v_1 = i_1 R_1$ เมื่อแทนค่า i_1 จะได้

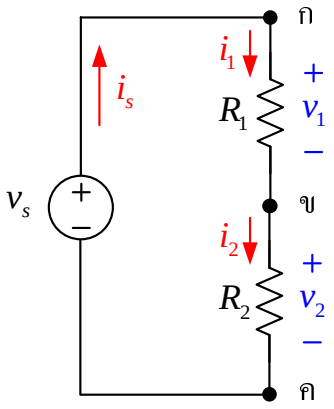
$$v_1 = \left(\frac{v_s}{R_1 + R_2} \right) R_1 \tag{2.6-5}$$

หรือ

$$v_1 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) v_s \tag{2.6-6}$$

เนื่องจาก $v_2 = i_2 R_2 = i_1 R_2$ จึงได้

$$v_2 = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) v_s \tag{2.6-7}$$

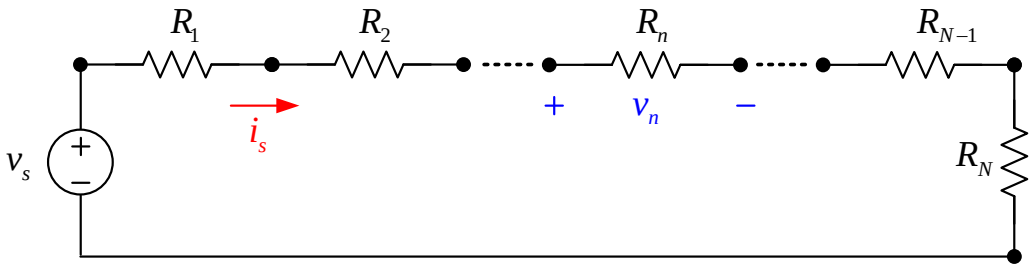


รูปที่ 2.6-1 วงจรตัวแบ่งแรงดัน

โดยทั่วไปแล้วสำหรับวงจรอนุกรมที่ประกอบด้วยตัวต้านทาน N ตัวต่ออนุกรมกันโดยมีแรงดันตกคร่อมตัวต้านทานทั้งหมดคิดเป็น v_s ดังรูปที่ 2.6-2 เราสามารถหาแรงดัน v_n ที่ตกคร่อมตัวต้านทานตัวที่ n ได้จาก

$$v_n = \left(\frac{R_n}{R_1 + R_2 + ... + R_N} \right) v_s \qquad (2.6\text{-}8)$$

ในที่นี้ R_k แทนค่าความต้านทานของตัวต้านทานตัวที่ k



รูปที่ 2.6-2 วงจรแหล่งจ่ายแรงดันต่ออนุกรมกับตัวต้านทาน N ตัว

2.7 การแบ่งกระแส

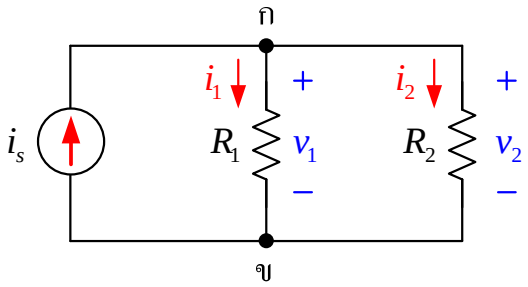
จากรูปที่ 2.7-1 แสดงวงจรที่มีแหล่งจ่ายกระแสต่อขนานกับกลุ่มตัวต้านทานที่ต่อขนานกัน เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างกระแสของแหล่งจ่ายกระแส และกระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานได้

รูปที่ 2.7-1 ใช้ KCL ที่โนด ก จะได้

$$i_s - i_1 - i_2 = 0 \qquad (2.7\text{-}1)$$

หรือ

$$i_s = i_1 + i_2 \qquad (2.7\text{-}2)$$



รูปที่ 2.7-1 วงจรตัวแบ่งกระแส

จากกฎของโอห์มจะได้ $i_1 = \frac{v}{R_1}$ และ $i_2 = \frac{v}{R_2}$ ต่อมาจะได้

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} \\ &= \frac{R_2 \cdot v + R_1 \cdot v}{R_1 \cdot R_2} \\ &= \left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \right) v \\ &= \left(\frac{R_2 + R_1}{R_2} \right) \left(\frac{v}{R_1} \right) \end{aligned} \qquad (2.7\text{-}3)$$

ดังนั้น เราสามารถคำนวณกระแส i_1 ได้ดังนี้

$$i_1 = \frac{v}{R_1} = \left(\frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) i_s \qquad (2.7\text{-}4)$$

ในทำนองเดียวกัน เราสามารถคำนวณกระแส i_2 ได้ดังนี้

$$i_2 = \frac{v}{R_2} = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) i_s \qquad (2.7\text{-}5)$$

2.8 สรุป

กฎกระแสของเคิร์ชฮอฟฟ์ หรือ KCL กล่าวไว้ว่า ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสจากทุกกิ่งที่ไหลเข้าสู่เข้าโนดใดๆ มีค่าเป็นศูนย์ตลอดเวลา

กฎแรงดันของเคิร์ชฮอฟฟ์ หรือ KVL กล่าวไว้ว่า ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันในเส้นทางปิดใดๆ ของวงจร มีค่าเป็นศูนย์ตลอดเวลา

การต่ออนุกรมกันขององค์ประกอบนั้น กระแสที่ไหลในแต่ละองค์ประกอบจะเหมือนกัน แรงดันคร่อมองค์ประกอบทั้งหมดจะเท่ากับผลรวมของแรงดันคร่อมแต่ละองค์ประกอบ

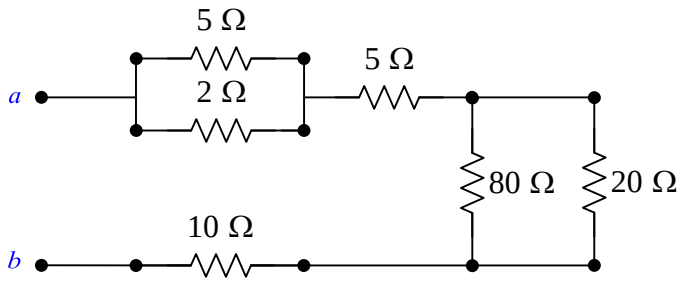
การต่อขนานกันขององค์ประกอบนั้น แรงดันคร่อมองค์ประกอบทั้งหมดจะเท่ากัน กระแสที่ไหลผ่านการต่อขนานกันจะเท่ากับผลรวมของกระแสที่ไหลผ่านแต่ละองค์ประกอบ

การแบ่งแรงดันสามารถใช้ในกรณีที่มีการจ่ายแรงดันให้แก่ตัวต้านทานซึ่งอนุกรมกันตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป โดยเราจะเขียนสมการของแรงดันคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวได้ในรูปแบบพจน์ของอัตราส่วนตัวต้านทานคูณกับแรงดันของแหล่งจ่าย ดังนั้นสมการที่ได้จึงเสมือนว่า แรงดันของแหล่งจ่ายถูกแบ่งให้ตัวต้านทานแต่ละตัวที่ต่ออนุกรมกันนั่นเอง

การแบ่งกระแสสามารถใช้ในกรณีที่มีการจ่ายกระแสให้แก่ตัวต้านทานซึ่งขนานกันตั้งแต่ 2 ตัวขึ้นไป โดยเราจะเขียนสมการของกระแสที่ไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวได้ในรูปแบบพจน์ของอัตราส่วนตัวต้านทานคูณกับกระแสของแหล่งจ่าย ดังนั้นสมการที่ได้จึงเสมือนว่า กระแสของแหล่งจ่ายถูกแบ่งไหลผ่านตัวต้านทานแต่ละตัวที่ต่อขนานกันนั่นเอง

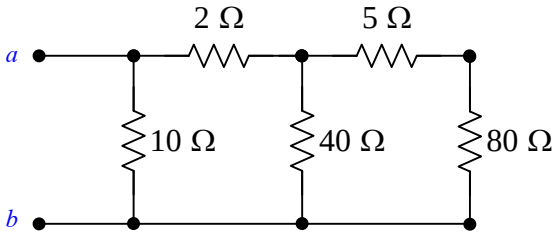
2.9 แบบฝึกหัด

2.1 จงลดรูปวงจรในรูปที่ 2.9-1 ให้เป็นตัวต้านทานเพียงตัวเดียว



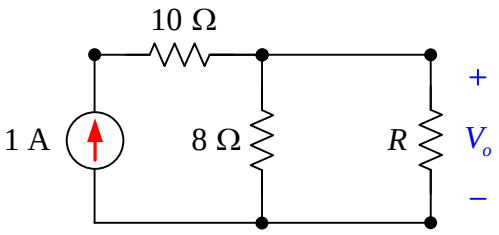
รูปที่ 2.9-1 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดที่ 2.1

2.2 จงลดรูปวงจรในรูปที่ 2.9-2 ให้เป็นตัวต้านทานเพียงตัวเดียว



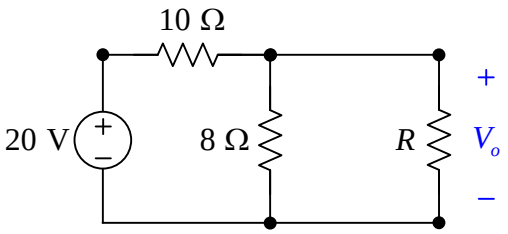
รูปที่ 2.9-2 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดที่ 2.2

2.3 วงจรในรูปที่ 2.9-3 จงหาค่า R ที่ทำให้ $V_o = 4$ V



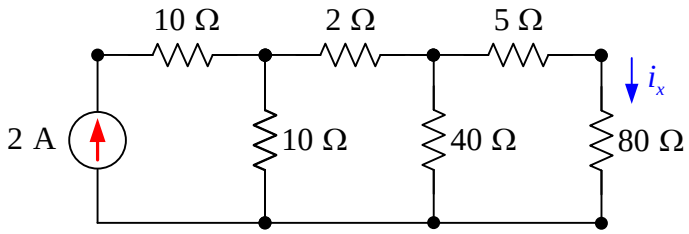
รูปที่ 2.9-3 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดที่ 2.3

2.4 วงจรในรูปที่ 2.9-4 จงหาค่า R ที่ทำให้ $V_o = 4$ V



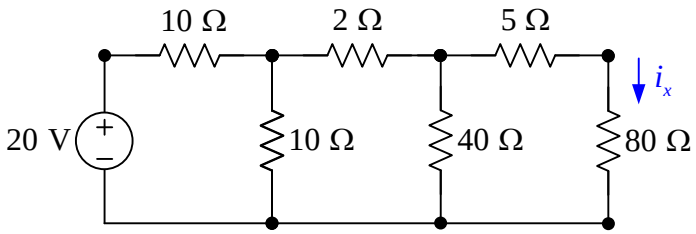
รูปที่ 2.9-4 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดที่ 2.4

2.5 วงจรในรูปที่ 2.9-5 จงหากระแส i_x



รูปที่ 2.9-5 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดที่ 2.5

2.6 วงจรในรูปที่ 2.9-6 จงหากระแส i_x



รูปที่ 2.9-6 วงจรสำหรับแบบฝึกหัดที่ 2.6